

## X Podkarpacki Konkurs Matematyczny dla szkół ponadgimnazjalnych

### Poziom I

(klasy pierwsze szkół ponadgimnazjalnych i trzecie gimnazjów z r. szk. 2009/2010)

Etap powiatowy

13 marca 2010, godzina 10.00

(150 minut)

1. W trójkącie prostokątnym ABC, w którym kąt przy wierzchołku C jest prosty oraz odcinek BC jest dłuższy od odcinka CA, poprowadzono wysokość CH. Oblicz miary kątów trójkąta ABC, jeśli wiadomo, że  $|HB| - |AH| = |AC|$ .
2. Smok ma 2000 głów. Rycerz może ścinać jednym cięciem miecza 33 głowy lub 21 głów, lub 17 głów, lub 1 głowę. Smokowi odrastają wówczas odpowiednio 48, 0, 14 lub 349 głów. Smok zostanie zabity, gdy wszystkie głowy będą ścięte. Czy rycerz może zabić smoka? Odpowiedź uzasadnij (rycerz może ścinać głowy wielokrotnie).
3. Oblicz długość promienia okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny o przyprostokątnych 5 i 12.
4. Udowodnij, że  $\sqrt{44, (4)} + \sqrt{2, (7)} = 8, (3)$ .
5. Rozwiąż układ równań: 
$$\begin{cases} x + y = 6 \\ y^{3x+2y-1} = 1 \end{cases}$$

**Powodzenia!**

---

## X Podkarpacki Konkurs Matematyczny dla szkół ponadgimnazjalnych

### Poziom II

(klasy drugie liceum i trzecie technikum z r. szk. 2009/2010)

Etap powiatowy

13 marca 2010, godzina 10.00

(150 minut)

1. Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych dodatnich  $a, b, c$  spełniających warunek  $a + b + c = 1$ , prawdziwa jest nierówność:  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 9$ .
2. W trójkącie równoramiennym ramię jest dwa razy dłuższe od podstawy. Suma długości promieni okręgów wpisanego i opisanego na tym trójkącie jest równa 11. Oblicz długość podstawy trójkąta.
3. Wiadomo, że trawa na całym polu rośnie jednakowo gęsto i szybko. 60 krów zjada trawę w ciągu 24 dni, 30 krów zjada trawę w ciągu 60 dni. Ile krów zje trawę w ciągu 100 dni?
4. Oblicz długości boków trapezu wpisanego w półokrąg o średnicy długości 50 wiedząc, że średnica ta jest dłuższą podstawą trapezu, zaś suma długości trzech pozostałych boków trapezu jest równa 74.
5. Supermarket sprzedając jabłka w cenie 3 zł za kilogram, dziennie sprzedawał 400kg. Zauważono, że przy obniżce ceny o każde 10gr sprzedaż rośnie o 100kg. Supermarket kupuje jabłka od sadownika po 1,20zł za kg, a inne koszty (magazynowanie, utrzymanie stoiska, itp.) przypadające na 1kg jabłek wynoszą 20gr. Przy jakiej cenie jabłek dzienna sprzedaż przyniesie największy zysk?

**Powodzenia!**