

IX Podkarpacki Konkurs Matematyczny dla szkół ponadgimnazjalnych

Poziom I

(klasy pierwsze szkół ponadgimnazjalnych i trzecie gimnazjów)

Etap powiatowy

28 marca 2009, godzina 10.00 (150 minut)

1. Nie obliczając wartości potęg udowodnij, że liczba $(6^5 - 12^3 - 24^2)^{2009}$ jest wielokrotnością liczby 152.
2. Gdy Jan zapytał Andrzeja, ile ma lat, usłyszał odpowiedź:
„Gdy ja byłem w Twoim wieku, byłeś ode mnie cztery razy młodszy, a gdy Ty będziesz w moim wieku, ja będę miał 40 lat”.
Ile lat ma Jan, a ile Andrzej?
3. W trapezie $ABCD$, w którym $AD \parallel BC$, zachodzą równości:
 $|AB| = |BC|$, $|AC| = |CD|$ i $|BC| + |CD| = |AD|$. Wyznacz kąty tego trapezu.
4. Wiedząc, że $x - \frac{1}{x} = 4$, oblicz $x^4 + \frac{1}{x^4}$, ($x \neq 0$).
5. Dwa boki trójkąta mają długości a i b . Znajdź długość trzeciego boku, jeżeli wiadomo, że suma długości wysokości względem boków o długościach a i b jest równa trzeciej wysokości.

Powodzenia!

IX Podkarpacki Konkurs Matematyczny dla szkół ponadgimnazjalnych

Poziom II

(klasy drugie liceum i trzecie technikum)

Etap powiatowy

28 marca 2009, godzina 10.00 (150 minut)

1. Udowodnij, że jeżeli liczby rzeczywiste a, b, c spełniają warunek $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ac$, to $a = b = c$.
2. Drabina jest tak umieszczona między domami, że jeśli ją pochylić do jednego domu, to sięga okna na wysokości 12m, a jeśli ją pochylić do drugiego, to sięga 9m od poziomu ulicy. Oba położenia drabiny są do siebie prostopadłe. Jaka jest długość drabiny i szerokość ulicy?
3. Wykaż, że liczba $63^{63} - 43^{43}$ jest podzielna przez 10.
4. W trójkącie o bokach długości a, b, c poprowadzono odcinki długości x, y, z styczne do okręgu wpisanego w ten trójkąt, mające końce na bokach trójkąta i równoległe odpowiednio do boków długości a, b, c . Wykaż, że $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.
5. Dla jakich wartości parametru k równanie $x^2 + kx + 2k - 2 = 0$ ma dwa pierwiastki, z których jeden jest sinusem, a drugi cosinusem tego samego kąta.

Powodzenia!