

IX Podkarpacki Konkurs Matematyczny dla szkół ponadgimnazjalnych
Poziom I
(klasy pierwsze szkół ponadgimnazjalnych i trzecie gimnazjów)
Etap wojewódzki
6 czerwca 2009r., godzina 10.00
(150 minut)

1. Wykaż, że jeżeli funkcja liniowa f spełnia warunki: $f(2008) > 2008$ i $f(2010) > 2010$, to $f(2009) > 2009$.
2. Sprawdź, czy istnieją liczby całkowite różne od zera a, b, c, d takie, że:
 $24^a \cdot 25^b \cdot 27^c \cdot 30^d = 1$.
3. W trapezie ABCD boki nierównoległe AD i BC są wzajemnie prostopadłe. Ponadto kąt DAC jest równy kątowi ABC i ich miary są równe 30° . Wiedząc, że $AD = 8$, oblicz pole i obwód tego trapezu.
4. Gdyby Aleksander Wielki umarł 5 lat wcześniej, panowałby $\frac{1}{4}$ swego życia, gdyby zaś żył o 9 lat dłużej, panowałby połowę swego życia. Ile lat żył i ile panował?
5. W trójkącie ABC bok $AB = 8\text{cm}$, bok $AC = 10\text{cm}$, a bok $BC = 12\text{cm}$. Z punktu O (środek boku BC) zakreślono promieniem OB okrąg przecinający bok AB w punkcie D i bok AC w punkcie E. Oblicz długość odcinków DB i EC.

Powodzenia!

IX Podkarpacki Konkurs Matematyczny dla szkół ponadgimnazjalnych
Poziom II
(klasy drugie liceum i trzecie technikum)
Etap wojewódzki
6 czerwca 2009r., godzina 10.00
(150 minut)

1. Wykaż, że ułamek $\frac{5^{125}-1}{5^{25}-1}$ jest liczbą całkowitą złożoną.
2. Udowodnij, że jeżeli jeden z pierwiastków równania $ax^3 + bx + c = 0$, $a \neq 0$ o współczynnikach wymiernych jest iloczynem dwóch pozostałych pierwiastków, to jest on liczbą wymierną.
3. Dowieść, że jeżeli liczby a, b, c , z których żadna nie jest zerem, spełniają równanie $a^3b^3 + b^3c^3 + c^3a^3 = abc(a^3 + b^3 + c^3)$, to można je tak uszeregować, że utworzą ciąg geometryczny.
4. Z wierzchołka kąta rozwartego rombu poprowadzono dwie wysokości. Długość wysokości jest równa h , a odległość pomiędzy spodkami tych wysokości wynosi d . Oblicz pole rombu.
5. Znajdź zbiór wszystkich środków okręgów zewnętrznie stycznych do okręgu $x^2 + y^2 = 4$ i jednocześnie stycznych do prostej o równaniu $y = -2$.

Powodzenia!