

III JASIELSKI KONKURS MATEMATYCZNY

IM. HUGONA STEINHAUSA

22 listopada 2003 r.

Klasa pierwsza

1. Która z liczb: $A = 299^{197} \cdot 297^{199}$, $B = 298^{396}$ jest większa? Odpowiedź dokładnie uzasadnij.
2. Znajdź liczbę sześciocyfrową, kończącą się cyfrą 5, która ma tę własność, że jeśli tę ostatnią cyfrę 5 przeniesiemy na początek, to otrzymamy liczbę czterokrotnie większą od liczby szukanej.
3. Uzasadnij, że środek okręgu wpisanego w trójkąt o różnych długościach boków leży najbliżej wierzchołka największego kąta w tym trójkącie.
4. Poniżej podany jest algorytm Gaussa wyznaczania daty Wielkanocy w kalendarzu gregoriańskim.

Podziel	przez	iloraz	reszta
rok R	19		A
rok R	100	B	C
B	4	D	E
$B + 8$	25	F	
$B - F + 1$	3	G	
$19A + B - D - G + 15$	30		H
C	4	J	K
$32 + 2E + 2J - H - K$	7		S
$A + 11H + 22S$	451	U	
$H + S - 7U + 114$	31	X	Y

Niedziela wielkanocna przypada dnia $Y + 1$ miesiąca X. Oblicz w jakim dniu 1887 roku (rok urodzin Patrona konkursu) była niedziela wielkanocna.

Czas pracy 120 minut.

Nie wolno używać kalkulatorów.

Każde zadanie należy rozwiązywać na osobnej kartce.

POWODZENIA !

III JASIELSKI KONKURS MATEMATYCZNY

IM. HUGONA STEINHAUSA

22 listopada 2003 r.

Klasa druga

1. Udowodnij, że jeśli suma trzech liczb rzeczywistych dodatnich jest równa 3, to suma ich odwrotności jest nie mniejsza od 3.
2. Wyznacz wszystkie pary liczb całkowitych $(x; y)$ spełniające równanie $2x^3 + xy = 2003$.
3. Oblicz długości środkowych trójkąta prostokątnego o przyprostokątnych długości a i b .
4. Poniżej podany jest algorytm Gaussa wyznaczania daty Wielkanocy w kalendarzu gregoriańskim.

Podziel	przez	iloraz	reszta
rok R	19		A
rok R	100	B	C
B	4	D	E
B + 8	25	F	
B - F + 1	3	G	
19A + B - D - G + 15	30		H
C	4	J	K
32 + 2E + 2J - H - K	7		S
A + 11H + 22S	451	U	
H + S - 7U + 114	31	X	Y

Niedziela wielkanocna przypada dnia $Y + 1$ miesiąca X. Oblicz w jakim dniu 1972 roku (rok śmierci Patrona konkursu) była niedziela wielkanocna.

Czas pracy 120 minut.

Nie wolno używać kalkulatorów.

Każde zadanie należy rozwiązywać na osobnej kartce.

POWODZENIA !

III JASIELSKI KONKURS MATEMATYCZNY

IM. HUGONA STEINHAUSA

22 listopada 2003 r.

Klasa czwarta

1. W czworokącie wypukłym poprowadzono przekątne, które podzieliły ten czworokąt na cztery trójkąty o polach S_1, S_2, S_3, S_4 . Udowodnij, że zachodzi równość $S_1 \cdot S_3 = S_2 \cdot S_4$, wiedząc, że S_1, S_3 są polami trójkątów nie sąsiadujących ze sobą (czyli nie mających wspólnego boku).
2. Wykaż, że jeśli długości boków trójkąta spełniają warunek $a^2 = b^2 + bc$, to w tym trójkącie kąt α jest dwa razy większy od kąta β (oznaczenia standardowe).
3. Udowodnij, że układ równań
$$\begin{cases} x^2 = y - 1 \\ y^2 = z - 1 \\ z^2 = x - 1 \end{cases}$$
 nie posiada rozwiązania w zbiorze liczb całkowitych.
4. Poniżej podany jest algorytm Gaussa wyznaczania daty Wielkanocy w kalendarzu gregoriańskim.

Podziel	przez	iloraz	reszta
rok R	19		A
rok R	100	B	C
B	4	D	E
B + 8	25	F	
B - F + 1	3	G	
19A + B - D - G + 15	30		H
C	4	J	K
32 + 2E + 2J - H - K	7		S
A + 11H + 22S	451	U	
H + S - 7U + 114	31	X	Y

Niedziela wielkanocna przypada dnia Y + 1 miesiąca X. Oblicz w jakim dniu 1905 roku (rok ukończenia naszej Szkoły przez Patrona konkursu) była niedziela wielkanocna.

Czas pracy 120 minut.

Nie wolno używać kalkulatorów.

Każde zadanie należy rozwiązywać na osobnej kartce.

POWODZENIA !